VDI-Fachtagung „Messunsicherheit praxisgerecht bestimmen – Prüfprozesse in der industriellen Praxis 2025“
5.-6.11.2025 in Erfurt. VDI-Bericht 2464, VDI Verlag GmbH, Düsseldorf 2025, S. 185-196

Messunsicherheit, Messprozesseignung und Fähigkeit von Messmitteln und Fertigungsprozessen

Dr.-Ing. **Michael Hernla**, Dortmund

Kurzfassung

Die Goldene Regel der (Fertigungs-) Messtechnik gibt Empfehlungen für ein sinnvolles Verhältnis der Messunsicherheit zur Toleranz eines Prüfmerkmals. Sie ist inzwischen rund einhundert Jahre alt und hat sich in hervorragender und vielfältiger Weise bewährt. Der Beitrag zeigt die grundlegenden Überlegungen und weitere Zusammenhänge auf und geht auf neuere Entwicklungen bei der Bewertung der Messprozesseignung ein.

Unabhängig davon wird in einigen Industriezweigen die Prüfmittelfähigkeit bewertet, die sich in wesentlichen Kriterien davon unterscheidet. Diese werden benannt und die Grenzen der Methode aufgezeigt. Ein Vergleich der Methoden ist auf einer gemeinsamen Basis möglich.

Die Messunsicherheit wirkt sich auf die Bewertung der Fähigkeit von Fertigungsprozessen aus, da die angezeigten Messwerte von den Messabweichungen selbst überlagert sind. So lässt sich ein Zusammenhang zwischen den angestrebten Fähigkeitskennwerten und sinnvollen Messunsicherheiten ableiten.

Sind die Fertigungsabweichungen selbst vernachlässigbar klein, verursachen die zufälligen Messabweichungen größere Anzeigewerte. Außerdem kann es zu charakteristischen, von der Normalverteilung abweichenden Betragsverteilungen kommen. Diese haben Folgen für die Eignungs- und Fähigkeitsbewertung, lassen sich aber durch geeignete Auswertungen vermeiden.

1. Einleitung

„Nicht so genau wie möglich, sondern so genau wie nötig“ lautet ein plausibler und leicht nachvollziehbarer Grundsatz auf allen Gebieten der Messtechnik. Diesen praktisch umzusetzen, bereitet im konkreten Anwendungsfall jedoch einige Schwierigkeiten. Die Möglichkeiten der Messtechnik haben sich im Zusammenspiel mit den Erfordernissen von Handel, Handwerk, Technik, Industrie und Wissenschaft entwickelt. Im Vordergrund standen zunächst und über lange Zeit die grundsätzlichen Messmöglichkeiten überhaupt. Erst mit der Herausbildung der industriellen Arbeitsteilung wurde es nötig, ab der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts nationale metrologische Institute und das Internationale Einheitensystem (SI) aufzubauen. Wesentliche Schritte für die Industrie waren die Schaffung des Internationalen

Toleranzsystems (IT) für Maße und Passungen zu Anfang des 20. Jahrhunderts und in den zwanziger Jahren des Maß- und Toleranzsystems für metrische Gewinde. Die in diesem Zusammenhang erarbeiteten ISO-Normen gelten fast unverändert bis heute.
Parallel dazu wurden die entsprechenden Prüfverfahren entwickelt, sowohl mit Grenzlehren als auch mit anzeigenden Messmitteln. In den entsprechenden Normen wurden neben der Gestalt der Grenzlehren ihre Herstellungs- und Abnutzungsgrenzen definiert. Für die messende Prüfung gab es Überlegungen, welche Abweichungen dabei im Verhältnis zu den Toleranzen zulässig sind, was zur Goldenen Regel der (Fertigungs-) Messtechnik führte. Sie wurde zuerst von Prof. Georg Berndt (1880 bis 1972) formuliert, 1924 Gründer und Leiter des ersten Instituts für Messtechnik und wissenschaftliche Grundlagen des Austauschbaus an der damaligen Technischen Hochschule Dresden (heute TU). Diese Regel wurde später in einem Artikel begründet und erläutert [1].

2. Goldene Regel der (Fertigungs-) Messtechnik

Im Sinne des oben zitierten Grundsatzes sollten Werkstücke hinsichtlich des Ressourceneinsatzes so effizient wie möglich geprüft werden, d.h mit angemessenem Aufwand. Dazu gibt es zwei prinzipiell verschiedene Herangehensweisen. Eine Möglichkeit ist, jede einzelne Prüfung individuell zu betrachten und eine Entscheidung über die Einhaltung oder Nicht-Einhaltung der Spezifikation zu treffen. Für die Lehrenprüfung sind die Toleranzgrenzen und die Handhabung festgelegt. Um Probleme mit unterschiedlich abgenutzten Lehren zu umgehen, wurden Regeln aufgestellt wie z.B. „Neue Lehren in die Fertigung, abgenutzte in die Qualitätsprüfung“. Bei der messenden Prüfung können z.B. die Entscheidungsregeln [2] [3] angewendet werden, nach denen die Toleranzgrenzen z.B. für den Produkthersteller um den Betrag der Messunsicherheit eingeschränkt werden (Bild 1 a).
Die andere Möglichkeit ist, den Fertigungsprozess insgesamt zu betrachten und dessen Prozessparameter zu überwachen, und in ähnlicher Weise auch die Messung als Prozess zu behandeln [4]. Dabei werden beide Prozesse werden als ideale, normalverteilte Zufallsprozesse aufgefasst [1] (Bild 1 b).
Bei der linearen Subtraktion werden beide Toleranzgrenzen für den Hersteller um den Betrag der Messunsicherheit U eingeschränkt, und die Fertigungstoleranz ist $T_R = T - 2*U$ (Bild 1 a).
Bei der statistischen Betrachtung wird die Messunsicherheit U von der halben Funktionstoleranz $T/2$ quadratisch abgezogen, und die Fertigungstoleranz T_R im Bild 1 b) ist nach [1]:

$$T_R = 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{T}{2}\right)^2 - U^2} \quad \text{bzw.} \quad T_R = \sqrt{T^2 - 4 \cdot U^2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{T_R}{T} = \sqrt{1 - 4 \cdot \left(\frac{U}{T}\right)^2} \tag{1}$$

a)

b)

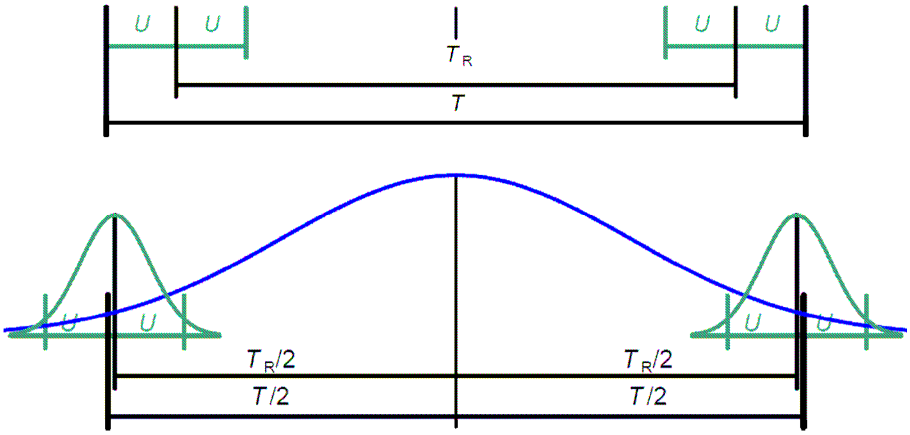

Bild 1: Zusammenhang zwischen Funktionstoleranz T, Fertigungstoleranz T_R und Messunsicherheit U nach Berndt [1], a) lineare, b) quadratische Subtraktion

Solange die Messunsicherheit U klein gegenüber der Toleranz T ist, ist T_R größer als bei der linearen Rechnung, und bei sehr kleinen Verhältnissen kann die Einschränkung der Funktionstoleranz T_R je nach Anspruch sogar als vernachlässigbar betrachtet werden. So beträgt z.B. bei $U/T = 0{,}1$ wie im Bild 1 das Verhältnis $T_R/T = 0{,}98$, bei $U/T = 0{,}2$ rund $T_R/T \approx 0{,}92$. 2 % Toleranzeinschränkung sind für die meisten Anwendungen praktisch vernachlässigbar, für untergeordnete Funktionen auch 8 %. Deshalb liegen die Empfehlungen typischerweise im Bereich $U/T \leq 0{,}1 \ldots 0{,}2$ [1], im VDA Band 5 z.B. bei $U/T \leq 0{,}15$ [5].

3. Andere Regelwerke und Kenngrößen

Im Laufe der Zeit sind vor allem in den großen Automobilkonzernen eigene Regeln entstanden, die mit unterschiedlichen Kenngrößen und Grenzwerten arbeiten. Dabei ist die Herkunft der Regeln meist nicht objektiv nachvollziehbar, und es ist es kaum möglich, die einzelnen Bewertungen miteinander zu vergleichen. Einen ersten Versuch gab es in [6], indem alle Kennwerte auf den gemeinsamen Nenner 2*s umgerechnet wurden. Dabei unterschieden sich die einzelnen Forderungen bis zum Faktor 2,5.

Ein weiterer Vergleich mit demselben Nenner ist in der Richtlinie VDI/VDE 2600-1, Anhang C, enthalten [4]. Hier unterscheiden sich die Forderungen bis zum Faktor 6. Allein schon damit wird die Notwendigkeit deutlich, objektiv begründete Grenzwerte festzulegen.

Darüber hinaus sind in den ermittelten Standardabweichungen ganz unterschiedliche Informationen enthalten. Bei der Goldenen Regel nach [1] wird die Standardabweichung aus Wiederholmessreihen ermittelt, was der Ermittlungsmethode A des GUM [7] entspricht. Dasselbe gilt sinngemäß für viele der in [4] und [6] betrachteten Kennwerte. Andere Einflüsse, die sich nur langfristig ändern wie z.B. die Temperatur oder systematische

Messabweichungen der Messgeräte bleiben außer acht. In den meisten Fällen wird auch der Einfluss der Formabweichungen bei der Messung an verschiedenen Stellen der Oberfläche nicht erfasst. Das positive Gegenbeispiel ist hier die Richtlinie VDI/VDE 2617 Blatt 8 [8].

4. Kritische Betrachtung der Goldenen Regel

Die Anwendung statistischer Rechnungen setzt voraus, dass gleichartige Größen miteinander in Beziehung gesetzt werden. Gleichung (1) enthält Toleranzen T und Messunsicherheiten U. Das sind auf den ersten Blick völlig unterschiedliche Größen. Im Bild 1 b) ist jedoch zu erkennen, dass die breite Normalverteilung für die Fertigung an den 95 %-Grenzen mit den Toleranzgrenzen übereinstimmt. In dem Artikel von Berndt [1] wird also stillschweigend vorausgesetzt, dass die Standardabweichung s ein Viertel der Funktionstoleranz T beträgt. Im selben Sinne ergibt sich analog zu (1) eine Standardabweichung s_R entsprechend einem Viertel der Fertigungstoleranz T_R. Nur unter dieser Voraussetzung ist Gleichung (1) richtig.
Betrachtet man den idealen Sachverhalt ohne die Messunsicherheit, bedeutet das, dass bei normalverteilten Merkmalswerten rund 95 % innerhalb der Toleranz liegen. Ein Anteil von 5 % der hergestellten Teile müsste also als Ausschuss verworfen werden. Das dürfte selbst zur Entstehungszeit der Goldenen Regel nicht üblich gewesen sein.
Heute werden deutlich höhere Anforderungen an die Fertigungsprozesse gestellt und durch Fähigkeitsindizes bewertet. Der häufigste ist der Fähigkeitsindex c_P:

$$c_P \geq \frac{T}{6 \cdot s} \tag{2}$$

Dabei steht s für die Standardabweichung der Merkmalswerte. Die Darstellung im Bild 1 b) aus [1] entspricht also dem Wert $c_P = 4{*}s / 6{*}s = 0{,}67$. Heute liegen die Forderungen z.B. in der Automobilindustrie aber eher im Bereich $c_P \geq 1{,}33...2{,}00$. Der Streubereich der Fertigung ist dann deutlich schmaler gegenüber den Toleranzgrenzen, und auch für die nach (1) berechneten Fertigungstoleranzen T_R ergeben sich deutlich andere Werte. Statt dessen lautet der Zusammenhang mit der Standardabweichung s_M der Messungen:

$$T_R = s_R \cdot 2 \cdot c_P \quad \text{mit } s_R = \sqrt{s^2 - s_M^2} \quad \text{und } s = \frac{T}{2 \cdot c_P} \quad \text{sowie } s_M = \frac{U}{2} \tag{3}$$

So beträgt z.B. bei $c_P = 1{,}33$ und $U/T = 0{,}1$ das Verhältnis $T_R/T = 0{,}92$ und bei $U/T = 0{,}2$ nur noch $T_R/T = 0{,}60$. Das ist deutlich schlechter und nicht mehr vernachlässigbar. Bei der Festlegung der Grenzwerte der Messprozesseignung muss also immer auch die angestrebte Prozessfähigkeit in der Fertigung berücksichtigt werden.

5. Objektive Grenzwerte der Messprozesseignung

Bei allen Messungen vergrößert sich die (unbekannte) fertigungsbedingte Prozesseigenstreuung s_1 durch Überlagerung mit der Streuung s_2 der Messeinrichtung zur beobachteten Prozessgesamtstreuung s, wie sie z.B. aus einer Messreihe ermittelt wird [4] [9] [10]:

$$s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \tag{4}$$

Die Prozessgesamtstreuung s wird durch die Forderung an die Prozessfähigkeit c_p des Fertigungsprozesses nach Gl. (2) begrenzt. Die erweiterte Messunsicherheit U berechnet sich aus der Standardabweichung s_2 der Messeinrichtung mit dem Erweiterungsfaktor k = 2:

$$U = 2 \cdot s_2 \tag{5}$$

Damit erhält man einen Zusammenhang zwischen dem Verhältnis der Messunsicherheit U zur Toleranz T, dem angestrebten Grenzwert c_p der Prozessfähigkeit und dem Verhältnis der Prozessgesamtstreuung s zur Prozesseigenstreuung s_1 (Bild 2) [4] [6]:

$$\frac{s}{s_1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(3 \cdot c_p \cdot \frac{U}{T}\right)^2}} \tag{6}$$

Aus dem Bild 2 lässt sich sofort erkennen, dass die Messunsicherheit nicht beliebig groß werden darf, um ein bestimmtes Verhältnis s/s_1 zu erreichen. Sind die Streuungen s_1 und s_2 in (4) gleich groß, beträgt das Verhältnis s/s_1 = 1,41. Ist die Streuung s_2 der Messeinrichtung nur halb so groß wie die Prozesseigenstreuung s_1, beträgt das Verhältnis s/s_1 = 1,12, d.h. die Gesamtstreuung s vergrößert sich um 12 % gegenüber s_1 (gestrichelte Linie im Bild 2).

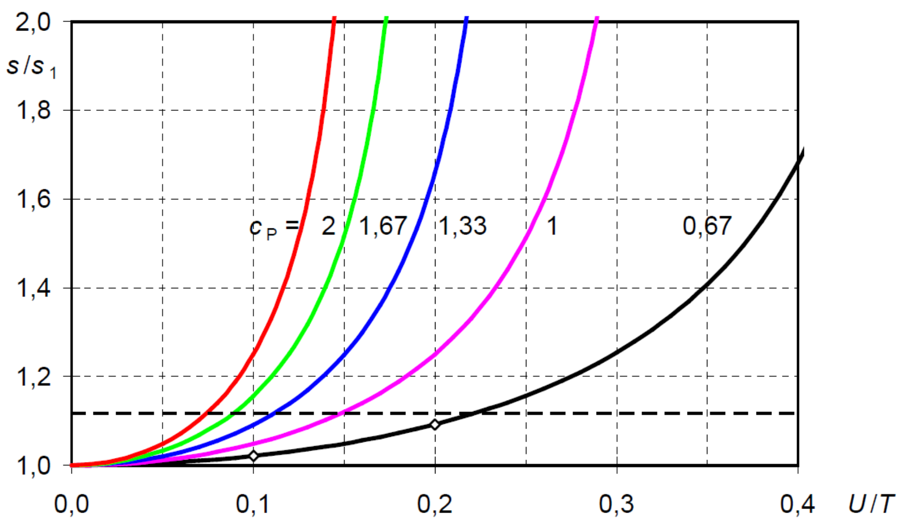

Bild 2: Zusammenhang zwischen Messunsicherheit U, Toleranz T, Prozessfähigkeit c_p und dem Verhältnis der Prozessgesamtstreuung s zur Prozesseigenstreuung s_1

Dieses Verhältnis ist sinnvoll, da die Kosten für die gleiche Streuung bei der Messung in der Regel kleiner sind als in der Fertigung. An der gestrichelten Linie im Bild 2 kann man deshalb einen sinnvollen Grenzwert für das Verhältnis U/T in Abhängigkeit vom angestrebten c_p-Wert ablesen. Bei gleicher Toleranz und zunehmender Forderung an die Prozessfähigkeit muss die Messunsicherheit kleiner werden. Für c_p = 1,00 reicht $U/T \leq$ 0,15 aus, für c_p = 1,33 muss $U/T \leq$ 0,11 sein, und für c_p = 1,67 $U/T \leq$ 0,09. Für das obige Beispiel im Bild 1 aus [1] mit c_p = 0,67 sind die Punkte für U/T = 0,1 und 0,2 unterhalb der Strichlinie eingezeichnet.
Es ist aber nicht ohne weiteres möglich, aus der Prozessgesamtstreuung und der Messunsicherheit auf die Prozesseigenstreuung s_1 zurückzurechnen, da die Messunsicherheit U nach dem GUM in der Regel auch abgeschätzte systematische Anteile enthält. Dazu sind die Streuungen des Fertigungs- und des Messprozesses voneinander zu trennen, indem parallel zur Ermittlung der Prozessstreuung s dasselbe Werkstück wiederholt gemessen und aus den Messwerten die Streuung s_2 der Messeinrichtung bestimmt wird [10]. Welche Informationen dann in den Messwerten enthalten sind, hängt von den Wiederholbedingungen ab. In der Kurzzeitstreuung sind z.B. in der Regel keine Temperaturschankungen enthalten, wohl aber in der Langzeitstreuung.

6. Form- und Lageabweichungen

Die Norm ISO 1101 [11] definiert die Toleranzen und Toleranzzonen der einzelnen geometrischen Eigenschaften, die entsprechenden Abweichungen aber nur für Form: Formabweichungen sind so zu bestimmen, dass sie möglichst klein werden (Minimax-Bedingung).
Bei den Ortstoleranzen Symmetrie, Koaxialität und Position wird in der Zeichnung die Breite der Toleranzzone angegeben, die immer symmetrisch zur Nennlage liegt. Die entsprechende Abweichung ist nicht definiert und kann deshalb unterschiedlich interpretiert werden (Bild 3).

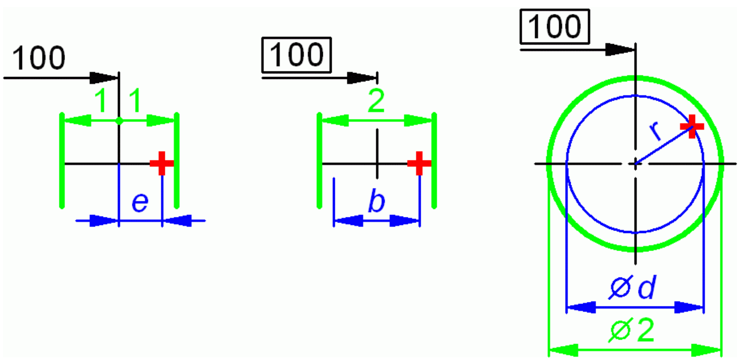

Bild 3: Toleranzen und Abweichungen; links Abstand, mitte Position in einer Richtung, rechts Position in beliebiger Richtung

Bei einem „klassischen“ Abstand wie im Bild 3 links wird die Abweichung e vorzeichenrichtig bestimmt, hier z.B. +0,8. Bei der Position ist die zulässige Abweichung von der Nennlage aber nur halb so groß wie die Toleranz $T = 2$, hier also ± 1 (Bild 3 mitte). Bei rechnergestützten Messgeräten wird deshalb der Betrag der einfachen (radiusbezogenen) Abweichung e verdoppelt, um ihn direkt mit der Toleranz zu vergleichen. Dabei geht aber das Vorzeichen verloren, und die resultierende Abweichung b ist nicht mehr anschaulich darzustellen.

Bei Position mit einer kreis- bzw. zylinderförmigen Toleranzzone und bei Koaxialität wird die radiale Abweichung r ebenfalls verdoppelt, und im Messprotokoll steht die durchmesserbezogene Abweichung d (Bild 3 rechts). Auch hier geht die Richtungsinformation verloren, und es können keine Korrekturwerte für die Fertigung abgeleitet werden.

Die verdoppelte Abweichung wirkt sich unmittelbar auch auf die Messprozesseignung und die Prüfmittelfähigkeit aus. In dem Verhältnis U/T wird der Zähler U verdoppelt, der Nenner T und der Grenzwert bleiben aber gleich. Der Kennwert liefert also nur eine halb so gute oder doppelt so schlechte Bewertung. In den in [4] und [6] zitierten Dokumenten wird das Problem ignoriert. Erst in VDI/VDE 2617 Blatt 8 [8] wird die notwendige Unterscheidung zwischen einfacher und verdoppelter Abweichung getroffen. In [12] werden bei den entsprechenden Prüfmerkmalen zwei Messunsicherheiten berechnet: Die einfache für die Messprozesseignung und die verdoppelte für das Messergebnis. Eine andere Möglichkeit ist, statt des Verhältnisses U/T das Verhältnis $U/2T$ mit demselben Grenzwert zu bewerten.

Richtig teuer wird die durchmesserbezogene Auswertung, wenn aus den Messwerten Prozessfähigkeitskennwerte wie c_P und c_{PK} berechnet werden. Dabei wird jeweils das Verhältnis der Toleranz zur Streuung s des Fertigungsprozesses bewertet, z.B. nach Gleichung (2). Die Toleranz ist bei beiden Interpretationen der Positionsabweichung gleich groß, im Bild 3 z.B. $T = 2$. Die Abweichungen sind bei der durchmesserbezogenen Auswertung jedoch doppelt so groß wie bei radiusbezogenen – und damit auch die Standardabweichung. Die übliche Verdopplung der Ortsabweichungen liefert also nur eine halb so gute Bewertung des Fertigungsprozesses wie die einfache Abweichung, z.B. statt $c_P = 1{,}33$ nur noch $c_P = 0{,}67$.

Das wird durch die praktische Erfahrung bestätigt. Viele Unternehmen haben gerade bei den Ortstoleranzen große Schwierigkeiten, die von den Kunden geforderten Prozessfähigkeiten nachzuweisen. Deshalb wird dringend empfohlen, die Abweichungen nicht zu verdoppeln, sondern die Original-Koordinaten zu verwenden. Derselbe Prozess wird sofort und ohne Mehrkosten doppelt so gut bewertet.

Die obigen Überlegungen treffen genauso auch auf Linien- und Flächenform zu, bei denen die Toleranzzonen ebenfalls symmetrisch zur Nenngeometrie liegen und die Abweichungen in der Regel in der Software verdoppelt werden.

7. Ortsabweichungen in beliebiger Richtung

Ortsabweichungen in beliebiger Richtung wie Koaxialität oder Position in der Ebene sind etwas aufwendiger zu behandeln. Hier können die Abweichungen vorzeichenrichtig auf die Richtung der Abweichung projiziert werden, d.h. auf die Gerade, die die Istposition mit der Sollposition verbindet. Die so berechneten Abweichungen in radialer Richtung sind dann auch in der Toleranzmitte normalverteilt [12].

Dazu werden die einzelnen (X, Y)-Koordinaten in das gedrehte (R, T)-Koordinatensystem umgerechnet, das mit der R-Achse von der Toleranzmitte (Sollposition) in Richtung der mittleren Abweichung (Istposition) zeigt, siehe Bild 4. Die Koordinaten (x_m, y_m) der Istposition sind die arithmetischen Mittelwerte der Ist-Koordinaten (x_i, y_i) aus den Messungen. Der Drehwinkel α des (R, T)-Koordinatensystems ergibt sich aus den Koordinatendifferenzen der Istposition (x_m, y_m) zur Sollposition (x_0, y_0) in der Toleranzmitte [12].

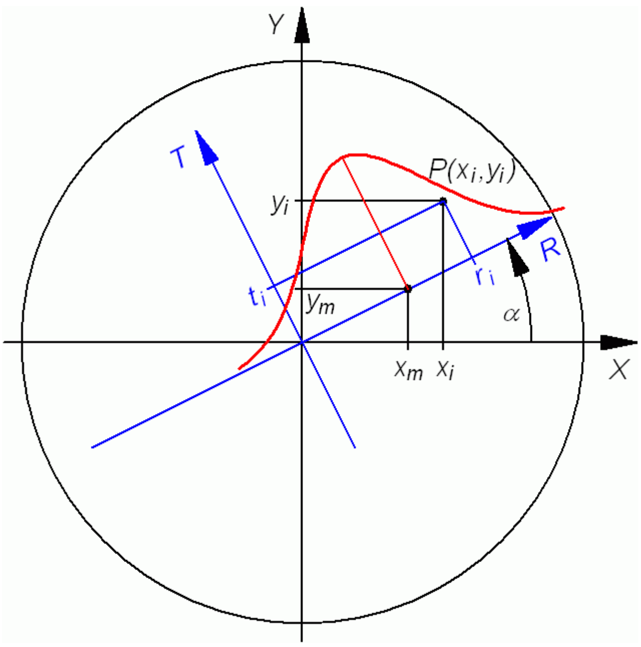

Bild 4: Kreisförmige Toleranzzone mit ursprünglichem (X, Y)-Koordinatensystem und gedrehtem (R, T)-Koordinatensystem sowie radiale Abweichungen r_i

Die Radien r_i sind die vorzeichenrichtig auf die Richtung R der Abweichung projizierten radialen Abweichungen einer jeden Messung. Auf diese Weise ergeben sich im Bild 4 links von der Toleranzmitte negative radiale Abweichungen r_i. Damit erhält man auch vorzeichenrichtige Korrekturwerte für die Fertigung. Deshalb wird diese Art der Auswertung als Standard empfohlen.

8. Betragsverteilungen

Bei allen Form- und Lageabweichungen werden in der Messgerätesoftware Abweichungsbeträge berechnet. Dabei lassen sich drei Modellansätze unterscheiden:

1. Form, Richtung und Lauf als Differenz (Spannweite) der örtlichen Formabweichungen: $Y = | X_2 - X_1 |$
2. Ortsabweichungen wie Symmetrie, Position in einer Koordinate sowie Linien- und Flächenform an Oberflächen: $Y = | X |$
3. Ortsabweichungen in beliebiger Richtung wie Koaxialität, Position in der Ebene oder Linienform im Raum (kreisförmige Toleranzzone): $Y = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$

In allen Fällen treten nur positive Abweichungen auf. Das führt dazu, dass bei Abweichungen nahe null die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) keine Normalverteilung ist. Man spricht von Betragsverteilungen 1. Art für die ersten beiden Modellansätze (Bild 5) und 2. Art für den dritten (Bild 6).

Dargestellt ist jeweils die WDF der Messgröße *Y* in Abhängigkeit von ihrem Messwert *y* im Verhältnis zu dessen Standardabweichung *u*(*y*) bei normalverteilten Abweichungen. In beiden Bildern weicht die WDF deutlich von der Normalverteilung ab, wenn die Abweichung klein ist – bei Ortsabweichungen also in der Toleranzmitte.

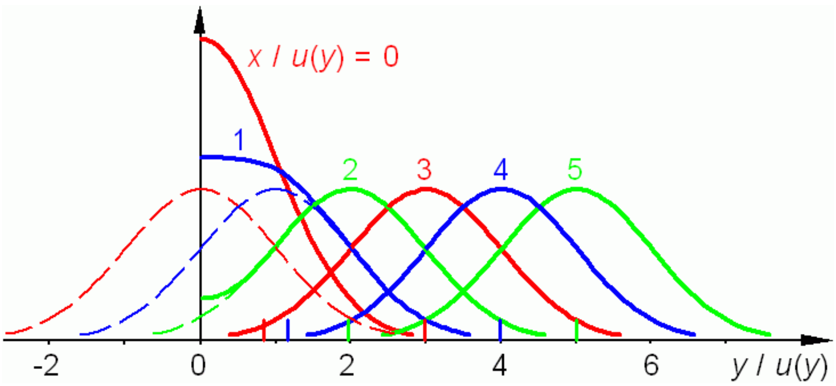

Bild 5: Betragsverteilungen 1. Art für Messgrößen nach dem Modell $Y = |X|$

Im Bild 5 ist zu erkennen, dass schon ab *x*/*u*(*y*) = 2 die rechte Flanke der Kurve recht gut mit der Normalverteilung übereinstimmt. Wenn also der Messwert *y* gleich oder größer als die erweiterte Messunsicherheit *U* = 2**u*(*y*) ist, sind die Abweichungen annähernd normalverteilt. Bei der Bewertung der Messprozesseignung oder Prüfmittelfähigkeit sowie der Einhaltung der Spezifikation kann also unter der Bedingung $y \geq U$ immer mit der Normalverteilung gerechnet werden.

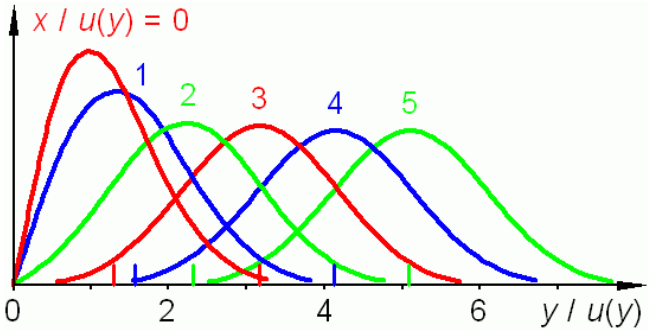

Bild 6: Betragsverteilungen 2. Art für Messgrößen nach dem Modell $Y = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}$

Bei der Betragsverteilung 2. Art liegt die Grenze zur Normalverteilung etwa bei $y = 4*u(y)$ (Bild 6). Die Eignungs- oder Fähigkeitsbewertung sollte unabhängig von der Verteilungsform sein, ebenso die Entscheidung über die Einhaltung der Spezifikation. Bei Ortsabweichungen lassen sich die Betragsverteilungen vermeiden, indem nicht die Abweichungsbeträge, sondern die vorzeichenrichtigen Abweichungen ausgewertet werden, siehe oben.

Treten bei Form, Richtung oder Lauf nach ISO 1101 Betragsverteilungen auf, ist das ein Anzeichen dafür, dass die Abweichungen innerhalb der Zufallsstreubereiche liegen. Dann sollten die Größen mit einer kleineren Messunsicherheit gemessen werden, um ein besseres Abbild des betrachteten Prozesses zu erhalten.

9. Nullpunkt-Paradox am Beispiel Prozessfähigkeit

Solange mit den Abweichungsbeträgen gerechnet wird, kann es zu besonderen Effekten kommen, wenn der Messwert nahe null bzw. der Toleranzmitte liegt. Wie in den Bildern 5 und 6 ersichtlich, weichen die Kennwerte der Betragsverteilungen von der Normalverteilung ab: Die Mittelwerte sind deutlich größer als die Messwerte ohne Betragsbildung, und die Standardabweichungen sind kleiner.

Die Tabelle 1 zeigt beispielhaft den ungünstigsten Fall am Nullpunkt mit $x = 0$ und den Auswirkungen auf die Prozessfähigkeitskennwerte c_P und c_{PK}. Mit dem größeren Mittelwert y und der kleineren Standardabweichung s liefern die Betragsverteilungen eine scheinbar bessere Bewertung der Prozessfähigkeit als die Normalverteilung. Der Unterschied ist bei der Betragsverteilung 1. Art deutlich größer als bei der BV 2. Art.

Mit größerem Abstand vom Nullpunkt nähern sich Mittelwert und Standardabweichung den Werten für die Normalverteilung an. Bei der Betragsverteilung 1. Art (Bild 5) ist das schon ab $y \geq 2*s$ der Fall, bei der BV 2. Art (Bild 6) etwa ab $y \geq 5*s$. Ab $y \geq 3*s$ entspricht hier der c_P-Wert etwa dem für die Normalverteilung, der c_{PK}-Wert sogar schon ab $y \geq 1*s$.

Tabelle 1: Messwert y, Standardabweichung s und Prozessfähigkeit bei Normalverteilung sowie für die Betragsverteilungen 1. und 2. Art am Nullpunkt $x = 0$ für die Toleranz $T = 8*u(y)$; mit der Standardunsicherheit $u(y)$ für normalverteilte Abweichungen

	Gleichung	Normal-verteilung	BV 1. Art	BV 2. Art
$y / u(y)$		0	0,80	1,25
$s / u(y)$		1	0,60	0,66
c_P	$c_P \geq \frac{T}{6 \cdot s}$	1,33	2,21	2,03
c_{PK}	$c_{PK} \geq \frac{\lvert T/2 - y \rvert}{3 \cdot s}$	1,33	1,77	1,40

10. Zusammenfassung

Die Goldene Regel hat sich seit rund einhundert Jahren in der Messtechnik bewährt. Bei kleinen Verhältnissen der Messunsicherheit zur Toleranz ist die Einschränkung der Funktionstoleranz für den Hersteller vernachlässigbar. Bei größeren Verhältnissen bzw. höheren Ansprüchen an die Prozessfähigkeit in der Fertigung müssen letztere bei der Festlegung des Grenzwertes berücksichtigt werden.

In der einschlägigen Norm ISO 1101 werden zwar Form- und Lagetoleranzen, aber nicht die entsprechenden Lageabweichungen definiert. Ortsabweichungen werden üblicherweise als verdoppelte Beträge berechnet, was zu schlechten Bewertungen der Messprozesseignung, Prüfmittelfähigkeit und Prozessfähigkeit führt. Deshalb wird dringend empfohlen, einfache, vorzeichenrichtige Abweichungen zu bestimmen, die gleichzeitig Korrekturwerte für die Fertigung liefern.

Liegen die Messwerte bei Form- und Lageabweichungen nahe null, können die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen von der Normalverteilung abweichen. Diese Betragsverteilungen verschwinden, wenn der Messwert mindestens so groß wie die erweiterte Messunsicherheit ist, die für normalverteilte Abweichungen berechnet werden kann. Durch einfache, vorzeichenrichtige Abweichungen lassen sich Betragsverteilungen ganz vermeiden. Diese Art der Auswertung wird als Standard empfohlen.

Literatur

[1] Berndt, G.; Hultzsch, E.; Weinhold, H.: Funktionstoleranz und Messunsicherheit. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden 17 (1968) 2, S. 465-471

[2] JCGM 106: Evaluation of measurement data – The role of measurement uncertainty in conformity assessment. Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), Sèvres 2012 (www.bipm.org)

[3] DIN EN ISO 14253-1: Geometrische Produktspezifikationen (GPS) – Prüfung von Werkstücken und Messgeräten durch Messungen – Teil 1: Entscheidungsregeln für die Feststellung von Konformität oder Nichtkonformität mit Spezifikationen. Beuth Verlag Berlin 2017

[4] VDI/VDE 2600 Blatt 1: Prüfprozessmanagement – Identifizierung, Klassifizierung und Eignungsnachweise von Prüfprozessen. Beuth Verlag Berlin 2013

[5] VDA Band 5 Prüfprozesseignung. Verband der Automobilindustrie e.V., Qualitäts Management Center. VDA-QMC Berlin 2021

[6] Hernla, M.: Prüfmittelfähigkeit ist unzureichend. Eine Diskussion von Verfahren zur Fähigkeitsuntersuchung. QZ Qualität und Zuverlässigkeit, München 43 (1998) 2, S. 194-196

[7] JCGM 100: Evaluation of measurement data – Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM). Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), Sèvres 2008 (www.bipm.org)

[8] VDI/VDE 2617 Blatt 8: Genauigkeit von Koordinatenmessgeräten – Kenngrößen und deren Prüfung – Prüfprozesseignung von Messungen mit Koordinatenmessgeräten. Beuth Verlag Berlin 2018

[9] Hernla, M.:Messunsicherheit und Fähigkeit. Eine Übersicht für die betriebliche Praxis. Qualität und Zuverlässigkeit, München, 41 (1996) 10, S. 1156-1162

[10] Schlipf, M. u.a.: Heilsame Trennung. Separation der Messung in hochpräzisen Produktionsprozessen. QZ Qualität und Zuverlässigkeit, München 55 (2010) 10, S. 68-71

[11] DIN EN ISO 1101: Geometrische Produktspezifikationen (GPS) – Toleranzen für Form, Richtung, Ort und Lauf. Beuth Verlag Berlin 2017

[12] Hernla, M.: Messunsicherheit bei Koordinatenmessungen. Ermittlung der aufgabenspezifischen Messunsicherheit durch Unsicherheitsbilanzen. expert verlag Tübingen 2020